УДК 159.923

С.Є. ГАРДЕР, О.С. ЛОКТІОНОВА, О.А. ГЕЛЯРОВСЬКА

ВИКОРИСТАННЯ R/S АНАЛІЗУ ЧАСОВОГО ФІНАНСОВОГО РЯДУ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ МАЙБУТНЬОЇ ЦІНИ КРИПТОВАЛЮТ

У статті розглянуті основні поняття теорії фракталів, проведені фрактальний аналіз вхідних даних - R/S аналіз, та оцінка показника Херста, зроблені висновки. Розрахунки проводилися в обчислювальній системі Mathcad. Об'єкт дослідження даної роботи – тематична модель часового фінансового ряду вартості Bitcoin. Мета дипломної роботи – використання R/S аналізу часового фінансового ряду зміни цін на Bitcoin для досліджування структури ряду.
Метод дослідження грунтується на основі методики, яка була розроблена Мандельбротом.
Використання теорії фракталів для вирішення поставленої задачі обгрунтовується тим, що фрактальний аналіз доцільно використовувати у дослідженнях, прогнозуванні та оцінці ступеня стабільності економічних систем.

Ключові слова: фрактал, часові ряди, R/S-аналіз, показник Херста, персистентність, довгострокова пам'ять, фрактальний аналіз.

С.Е. ГАРДЕР, А.С. ЛОКТІОНОВА, О.А. ГЕЛЯРОВСЬКА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ R/S-АНАЛИЗА ВРЕМЕННОГО ФИНАНСОВОГО РЯДА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ БУДУЩЕЙ ЦЕНЫ КРИПТОВАЛЮТ

В статье рассмотрены основные понятия теории фракталов, проведенные фрактальный анализ входных данных - R/S анализ, и оценка показателя Херста, сделаны выводы. Расчеты проводились в вычислительной системе Mathcad. Объект исследования данной работы – тематическая модель временного финансового ряда стоимости Bitcoin. Цель дипломной работы – использование R/S-анализа временного финансового ряда изменения цен на Bitcoin для исследования структуры ряда.
Метод исследования основывается на основе методики, которая была разработана Мандельбротом.
Использование теории фракталов для решения поставленной задачи обосновывается тем, что фрактальный анализ целесообразно использовать в исследованиях, прогнозировании и оценке степени стабильности экономических систем.

Ключевые слова: фрактал, временные ряды, R/S-анализ, показатель Херста, персистентність, долгосрочная память, фрактальный анализ.

HARDER SERHII EVHENIEVICH, LOKTIONOVA OLEKSANDRA, HELIAROVSKA OKSANA ANATOLIIVNA

USING R/S ANALYSIS OF THE INTERIM FINANCIAL SERIES TO PREDICT THE FUTURE PRICE OF CRYPTO-CURRENCIES

The article deals with the basic concepts of fractal theory, fractal analysis of input data - R/S analysis, and evaluation of Hurst index, conclusions. Calculations were carried out in the Mathcad computing system. The object of this study is a thematic model of the time financial series of Bitcoin value. The purpose of the thesis - the use of R / S-analysis of the time series of financial changes in Bitcoin prices to study the structure of the series.
The research method is based on the methodology developed by Mandelbrot.
The use of fractal theory to solve this problem is justified by the fact that fractal analysis is advisable to use in research, forecasting and assessing the degree of stability of economic systems.

Key words: fractal, time series, R / S-analysis, Hurst exponent, persistence, long-term memory, fractal analysis.

Сьогодні наука має широкий вибір інструментів для дослідження параметрів динаміки економічних систем. Суть проблеми полягає в тому, що класичні статистичні методи, використовувані для дослідження числових рядів, в більшості випадків є неадекватними. Сучасна економічна теорія давно довела неспроможність і неадекватність традиційних лінійних моделей поведінки ринків. Практика показує, що динаміка економічних процесів і явищ носить нелінійний і, найчастіше, хаотичний (непередбачуваний) характер. Це обумовлює необхідність пошуку альтернативних методів моделювання із застосуванням нестандартних математичних апаратів. На сьогоднішній день під час аналізу економічних процесів все частіше застосовуються такі математичні напрями, як нечіткі методи, нейронні мережі, генетичні алгоритми тощо. Проте для аналізу ринкової динаміки жоден з цих методів не може врахувати таку властивість ринку, як самоорганізація. Дану проблему, певною мірою, дозволяє вирішити теорія фракталів.

Теорія фракталів в даний час широко використовується для опису властивостей самоподібності і складного скейлінга, які спостерігаються в самих різних додатках. До множини фракталів відносять об'єкти (лінії, поверхні, тіла), які мають сильно порізану форму і демонструють деяку повторюваність в широкому діапазоні масштабів. Однак, не тільки геометричні форми об'єктів мають фрактальну будову, часові характеристики процесів і явищ, що протікають в середовищах з самоподобной структурою, також виявляють фрактальну поведінку. Фрактальні часові ряди - цілий клас фрактальних кривих, широко використовуваних при описі й моделюванні найрізноманітнійших явищ. [1]

Часовий ряд представляє послідовність значень досліджуваної величини, зафіксованих через рівні проміжки часу. Як правило, рядами представляються випадкові зміни величин, найбільш популярні приклади яких дають коливання обмінних курсів валют і часові зміни інших економічних показників. Природне уявлення спостережень природніх явищ також зводиться до часових рядів вимірів температури повітря, кількості опадів, швидкості вітру та інших метеорологічних даних. Часові ряди широко використовуються в медицині, де найбільш яскравий приклад дає електрокардіограма серця, а також при описі випадкових процесів у фізиці, хімії, соціології та інших областях науки і техніки. Аналіз часових рядів є основою розробки і верифікації макроскопічних моделей, що дозволяють послідовно уявити еволюцію складних систем на основі мікроскопічних даних.

Однією з найважливіших кількісних характеристик фрактальних об'єктів є поняття фрактальної розмірності, або показника скейлінга, що описує повторюваність геометрії (для регулярних фракталів) або статистичних характеристик (для нерегулярних фракталів) при зміні масштабу.

Для вивчення нелінійних систем і створення більш загальної аналітичної структури потрібна теорія ймовірності, яка є непараметричною. Тобто, потрібна статистика, яка робить попередні припущення про форму досліджуваних розподілів ймовірностей.

Дуже хороша непараметрична методологія була відкрита Х.Е. Херстом, який застосував її для вирішення випадкових і невипадкових систем, постійності трендів і тривалості циклів, якщо такі є. Цей метод носить назву методу нормованого розмаху, або R/S-аналізу і використовується для розрізнення випадкового часового ряду і фрактального часового ряду.

Херст запропонував нову статистику - показник Херста. Для калібрування часових змін Херст ввів безрозмірне відношення за допомогою розподілу розмаху на стандартне відхилення спостережень. Херст показав, що більшість природних явищ, включаючи річкові стоки, температури, опади, сонячні плями слідують "зміщеному випадковому блуканню" - тренду з шумом. Сила тренда і рівень шуму можуть бути оцінені тим, як змінюється нормований розмах згодом. Херст ввів наступне співвідношення:

$$R/S = (a \cdot N)^H \qquad (1)$$

де R/S - нормований розмах;

N - число спостережень;

a - константа;

H - показник Херста.

Метод Херста застосовується і для вивчення часових рядів в економіці і на ринках капіталу, і дозволяє з'ясувати, чи є ці ряди також зміщеними випадковими блуканнями. Показник Херста може бути наближений за допомогою креслення log?(??(R/S)?_n)) проти log (n) і обчислення нахилу через просту регресію методом найменших квадратів.[4]

Зокрема:

$$\log((R/S)_n)) = \log(c) + H \cdot \log(n) \qquad (2)$$

У стандартній економетриці ряди приймаються інваріантними по відношенню до часу. Але у фрактальному аналізі час - ітеративний процес, і вплив сьогодення на майбутнє може бути виражено наступним співвідношенням:

$$\mathrm{c} = 2^{2\mathrm{H}-1} - 1 \qquad (3)$$

де c - міра кореляції;

H - показник Херста.

В результаті можуть виходити такі оцінки показника Херста.

1) H = 0,5. Ряд представляє собою випадкове блукання. Іншими словами, розмах накопичених відхилень повинен збільшуватися пропорційно квадратному кореню з часу N. Події випадкові й некорельовані, C = 0. Сьогодення не впливає на майбутнє. Функція щільності ймовірності може бути нормальною кривою, однак це не обов'язкова умова. R / S-аналіз може класифікувати довільний ряд незважаючи на те, який вид розподілу йому відповідає.

2) 0?H?0,5. Це означає, що спостереження не є незалежними. Кожне з них несе пам'ять про попередні події. Тобто час виявляється важливим фактором, який впливає на систему. Даний діапазон відповідає антиперсистентним (ергодичним), рядам. Такий тип системи часто називають "поверненням до середнього". Якщо система демонструє зростання в попередній період, то швидше за все, в наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо йшло зниження, то ймовірний близький підйом. Стійкість такого антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки H близько до нуля. Чим ближче його значення до нуля, тим C ближче до -0,5, або негативної кореляції. Такий ряд більше мінливий (волатильний), ніж ряд випадковий, тому що складається з частих реверсів спад-підйом. Незважаючи на широке поширення концепції повернення до середнього в економічній і фінансовій літературі, до цих пір було знайдено мало антиперсистентних рядів.

3) 0,5 <H <1. Маємо персистентні, або трендостійки ряди. Якщо ряд зростає (убуває) в попередній період, то ймовірно, що він буде зберігати цю тенденцію якийсь час в майбутньому. Тренди очевидні. Трендостійкість поведінки (сила персистентності) збільшується при наближенні H до 1,

або 100% кореляції (C = 1). Чим ближче H до 0,5, тим більше зашумлен ряд і тим менш виражений його тренд. Персистентний ряд - це узагальнений броунівський рух, або зміщені випадкові блукання. Сила цього зсуву залежить від того, наскільки H більше 0,5. Персистентні часові ряди являють собою більш цікавий клас, так як виявилося, що вони не тільки в достатку виявляються в природі, а й властиві ринкам капіталу.[2]

Ця оцінка не пов'язана з якими-небудь припущеннями щодо лежачої в основі розподілу. Для дуже великої кількості спостережень N можна очікувати збіжністі ряду до величини H = 0,5, так як ефект пам'яті зменшується до того рівня, коли стає непомітним. Іншими словами, в разі довгого ряду спостережень можна очікувати, що його властивості стануть не відмінними від властивостей звичайного броунівського руху, або простого випадкового блукання, оскільки ефект пам'яті розсіюється. Регресія в цьому випадку повинна виконуватися до того, як H наблизиться до 0,5, так як кореляційна міра C не може бути застосована до всього без винятку приросту. Важливо нагадати, що кореляційна міра C не має відношення до автокореляційної функції гаусовських випадкових змінних. Остання передбачає гаусові або майже гаусові властивості які лежать в основі розподілу - добре знайому колоколообразну криву. Автокореляційна функція добре працює в певних короткострокових залежностях, проте має тенденцію применшувати довгострокові кореляції в негаусових рядах.

Херст зміг сформулювати свій емпіричний закон.
?

Він запропонував формулу для оцінки величини H за значенням R/S:

$$H = \log(R/S)/\log(n/2) \quad (4)$$

де n - кількість спостережень.

У цій формулі передбачається, що константа з зі співвідношення (2) дорівнює 0,5.

Є. Федер показав, що цей емпіричний закон має тенденцію перебільшувати H, коли воно більше 0,7, і, навпаки, применшувати, якщо H?0,4, однак для коротких рядів, де регресія неможлива, цей емпіричний закон може бути використаний як розумне наближення.

Між показником Херста і фрактальної розмірністю спостерігається взаємозв'язок. Фрактальна розмірність часового ряду (накопичених змін при випадковому блуканні) дорівнює 1,5. Фрактальна розмірність кривої лінії дорівнює 1, а фрактальна розмірність геометричної площини дорівнює 2. Таким чином, фрактальна розмірність випадкового блукання лежить між кривою лінією і площиною.

Показник Херста може бути перетворений у фрактальну розмірність за допомогою наступної формули:

$$D = 2 - H \quad (5)$$

Таким чином, якщо H = 0,5, то D = 1,5. Обидві величини характеризують незалежну випадкову систему. Величина 0,5<H?1 буде відповідати фрактальній розмірності, ближчою до кривої лінії. Це персистентний часовий ряд, що дає більш гладку, менш зазубрену лінію, ніж випадкове блукання. Антиперсистентная величина H (0 <H <0,5) дає відповідно вищу фрактальную розмірність і більше преривчасту лінію, ніж випадкове блукання, і, отже, характеризує систему, більше схилну до змін. Очевидно, що чим довше ряд, тим більше інформації з нього можна витягти. Одним з переваг методу розмаху є мала чутливість до довжини ряду, що дозволяє визначати показник H навіть для коротких рядів. Навіть якщо знайдена аномальна величина H, закономірне запитання, обгрунтована її оцінка. Можна засумніватися в тому, чи достатньо було даних, або навіть - чи працює взагалі R/S - аналіз. Для вирішення цього питання пропонується наступний простий тест, заснований на тесті, розробленому Шейнкманом і Ле Бароном для кореляційної розмірності. По суті, оцінка H, яка значно відрізняється від 0,5, має два можливих пояснення.

1) У досліджуваному часовому ряду є довгострокова пам'ять. Кожне спостереження корелює до деякої міри з подальшими спостереженнями.

2) Такого роду аналіз сам по собі неспроможний, і аномальна величина H не означає, що має місце ефект довготривалої пам'яті.

Може виявитися, що існує брак даних для обґрунтованого тесту (при цьому не існує чітких критеріїв того, скільки даних необхідно). Проте, в цьому випадку досліджуваний ряд як ряд незалежних випадкових змінних:

1) укладає в собі H, відмінне від 0,5;

2) представляє собою незалежний процес з товстими хвостами.

Можна перевірити обґрунтованість результатів шляхом випадкового перемішування даних, в результаті чого порядок спостережень стане повністю відмінним від вихідного ряду. З огляду на те, що спостереження залишаються тими ж, їх частотний розподіл також залишиться незмінним. Далі необхідно обчислити показник Херста цих перемішаних даних. Якщо ряд дійсно є незалежним, то показник Херста не зміниться, оскільки був відсутній ефект довготривалої пам'яті, тобто кореляції між спостереженнями. В цьому випадку перемішування даних не впливає на якісні характеристики даних. Якщо мав місце ефект довготривалої пам'яті, то порядок даних дуже важливий. Перемішані дані, руйнують структуру системи. Оцінка H при цьому виявиться значно нижче і наближатиметься до 0,5, навіть якщо частотний розподіл спостережень не зміниться.

Розглянемо ще два методи для визначення фрактальної розмірності.

Метод, заснований на визначенні клітинної розмірності.

З формули (1), яка визначає міру величини множини M_d, слідує, що асимптотично, в межі при малих ?,

$$N(\delta) \sim \frac{1}{\delta^D} \tag{6}$$

Можна визначити фрактальну розмірність, вимірявши кутовий коефіцієнт графіка ln?(N(?)) як функції від ln (?). Розмірність D, яка визначається шляхом підрахунку числа клітинки, або осередків, необхідних для покриття множини в залежності від розміру клітинки, прийнято називати розмірністю, яка визначається за підрахунком клітинок, або клітинної розмірності.

Метод, заснований на визначенні стандартного відхилення для різних ступенів усереднення. Для часового ряду {x_t,t=1,2,…} можна визначити агреговані часові серії m.

Агрегування здійснюється за формулою:

$$x_k^{(m)} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{t=k\cdot m-(m-1)}^{k\cdot m} x_t \tag{7}$$

Отримуємо агрегований часовой ряд $\{(x_k)^{(m)} : k = 1,2 \ldots\}$. Агрегування часової серії розглядається як метод статичної часової шкали. Для самоподібного часового ряду стандартне відхилення агрегованого ряду виражається як:

$$St\left(X^{(m)}\right) = \frac{St(x)}{m_\beta} \tag{8}$$

де для β: *H* = 1 - $\beta/2$ (*H* - показник Херста).

Можна визначити *H*, вимірявши кутовий коефіцієнт β графіка $\ln(St(x^{(m)}))$ як функції від $\log(m)$. Суть методу в тому, що береться агрегований часовий ряд і для різних ступенів усереднення виражається варіація.

R/S - аналіз є простим процесом, який вимагає переробки великої кількості даних. Наведемо алгоритм оцінки показника Херста. Почнемо з часового ряду довжини *N*. Потім перетворимо його в часовий ряд довжини *N*-1, виходячи з логарифмічних співвідношень:

$$n_i = \ln\left(\frac{N_{i+1}}{N_i}\right), i = 1,2,3,\ldots,N-1 \tag{9}$$

Далі обчислюються наступні необхідні характеристики.

Обчислимо середнє арифметичне:

$$M_k = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^{k} n_i \tag{10}$$

Накопичене відхилення:

$$D_{k,n} = \sum_{j=1}^{k} (n_j - M_k), k = 1,2,\ldots,i \tag{11}$$

Величини розмаху визначимо як

$$R_k = \max_{k\le n}(D_{k,n}) - \min_{k\le n} D_{k,n} \tag{12}$$

А стандартне відхилення визначимо по формулі:

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{k} (n_j - M_k)^2} \tag{13}$$

Після цього кожен діапазон R_k нормалізується шляхом ділення на відповідне значення S_k. Показник Херста є тангенс кута нахилу на графіку залежності $\ln(R_k/S_k)$ від $\ln(n)$.[6]

Користуючись (1) і (2), можна оцінити показник Херста *H* і параметр *α* за методом найменших квадратів через просту регресію:

$$H = \frac{\ln(i)\sum_{i=1}^{n} \lg(i)\ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right) - \sum_{i=1}^{n}\ln(i)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right)}{\ln(i)\sum_{i=1}^{n}[\ln(i)]^2 - \left[\sum_{i=1}^{n}\ln(i)\right]^2} \tag{14}$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n}[\ln(i)]^2\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right) - \sum_{i=1}^{n}\ln(i)\ln\left(\frac{R_i}{S_i}\right)\sum_{i=1}^{n}\ln(i)}{\ln(i)\sum_{i=1}^{n}[\ln(i)]^2 - \left[\sum_{i=1}^{n}\ln(I)\right]^2} \tag{15}$$

Для знаходження довжини циклу, як правило, застосовується візуальний аналіз тенденцій кривої V-статистики.

Він полягає у виявленні точок зміни тенденцій, що може сигналізувати про закінчення циклу, а також інтервалів зростання, стабілізації і спадання кривої, що при збільшенні числа спостережень визначає тяжіння процесу до персистентного або випадкового.

Зростання V-статистики при збільшенні числа спостережень вказує на персистентність поточної ділянки ряду, а стабілізація – на переважання білого шуму.

V-статистика розраховується за формулою:

$$V_n = \frac{(\frac{R}{S})_n}{\sqrt{n}} \qquad (16)$$

Графік V_n проти *ln(n)* буде плоским, якщо процес є незалежним, імовірносним процесом (H = 0,5, що відповідає «білого шуму»).

З іншого боку, якщо процес персистентний і R/S змінює масштаб швидше, ніж корінь з часу (H > 0,5, що відповідає «чорному шуму»), то графік буде мати нахил вгору.

Навпаки, якщо процес антиперсистентний (H < 0,5, що відповідає «рожевому шуму»), графік буде мати нахил вниз.

Аналіз показав антиперсистентний характер ряду. Значення показника Херста дозволяє зробити висновок, що тенденція не буде зберігатися, а зміниться у протилежному напрямі протягом наступного періоду.

Список літератури

1. Мандельброт Б., Хадсон Р. (Не)послушные рынки. Фрактальная революция в финансах. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2006.
2. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет-трейдинг, 2004.
3. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000.
4. Фон Нейман Э. Расчет показателя Херста в целях выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков.
5. Даниленко В.А. Альтернативні методики проведення фрактального аналізу / В.А. Даниленко // Економіка промисловості. — 2010.
6. Злотник А.А. Эмпирическое исследование устойчивости поведения показателя Хёрста, Прикладная эконометрика 5, 2007
7. Снитюк В.Є. Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми: Навч. пос. К.: «Маклаут», 2008. – 364 с
8. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике.
9.

References (transliterated)

1. Mandel'brot B., Hadson R. (Ne)poslushnye rynki. Fraktal'naya revolyuciya v finansah. – M.: Izd. dom «Vil'yams», 2006.
2. Peters EH. Fraktal'nyj analiz finansovyh rynkov. Primenenie haosa v investiciyah i ehkonomike. – M.: Internet-trejding, 2004.
3. Peters EH. Haos i poryadok na rynkah kapitala. Novyj analiticheskij vzglyad na cikly, ceny i izmenchivost' rynka. – M.: Mir, 2000.
4. Fon Nejman EH. Raschet pokazatelya Hersta v celyah vyyavleniya trendovosti (persistentnosti) finansovyh rynkov.
5. Danilenko V.A. Al'ternativni metodiki provedennya fraktal'nogo analizu / V.A. Danilenko // Ekonomika promislovosti. — 2010.
6. Zlotnik A.A. EHmpiricheskoe issledovanie ustojchivosti povedeniya pokazatelya Hyorsta, Prikladnaya ehkonometrika 5, 2007
7. Snityuk V.Є. Prognozuvannya. Modeli. Metodi. Algoritmi: Navch. pos. K.: «Maklaut», 2008. – 364 s
8. Peters EH. Fraktal'nyj analiz finansovyh rynkov. Primenenie teorii Haosa v investiciyah i ehkonomike.

Надійшла(received) 05.10.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Гардер Сергій Євгенійович (Гардер Сергей Евгеньевич, Harder Serhii Evhenievich) - кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних; м. Харків, Україна, email: sergey.garder@gmail.com

Локтіонова Олександра Серафимівна (Локтионова Александра Серафимовна, Loktionova Oleksandra) - Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», магістр; e-mail: loksash@gmail.com

Геляровська Оксана Анатоліївна (Геляровская Оксана Анатольевна, Heliarovska Oksana Anatoliivna) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних; м. Харків, Україна;ORCID:https://orcid.org/0000-0002-8927-7465; email: okanhelar@gmail.com